

SUGLI ERRORI DI CHIUSURA DEI TRIANGOLI NELLE MODERNE TRIANGOLAZIONI EUROPEE

In quasi tutti i paesi europei sono state eseguite nell'ultimo ventennio delle triangolazioni geodetiche. Esse corrispondono a nuovi progetti, a rideterminazioni di antiche reti e catene, a reti di collegamento fra Stati limitrofi ed infine a lavori di ripristino. In queste nuove misure si sono adoperati moderni strumenti per lo più delle case Wild, Zeiss e quelli Hildebrand, Bamberg, Ramsden, Wanchaff, Chasselon, ecc., delle seguenti caratteristiche: approssimazione del cerchio orizzontale 1''; 2, 3, o 4 microscopi per le letture; ingrandimenti 25, 30, 40 e 60 volte; distanze focali medie di 600 mm; diametri degli obbiettivi variabili da 50 a 90 mm. In particolare poi i teodoliti Wild con cerchio orizzontale di 15 cm di diametro, presentano innumerevoli vantaggi rispetto ai teodoliti tipo Starke, con cerchi orizzontali di 27 cm e perfino di 42 cm e oltre. La riunione degli strumenti tipo Wild dei due indici di lettura in uno solo, il metodo delle coincidenze introdotto per la media automatica delle letture coniugate, i cerchi di vetro, i perfezionamenti meccanici e ottici, la non spostabilità dell'asse di rotazione in conseguenza della quale l'operatore non è tenuto durante le osservazioni a correggere lo strumento onde rendere orizzontale tale asse, fanno sì che le misure angolari si espletino in un tempo notevolmente più breve di quello richiesto dai teodoliti degli altri tipi accennati, mentre vengono conservate le precisioni nelle misure.

Dal confronto fra i risultati ottenuti nelle moderne triangolazioni con quelli delle triangolazioni antiche, osservate dal 1860 al 1910, risulta che le *tolleranze* accettate nel passato dagli Uffici geodetici per gli errori medi degli angoli, delle direzioni e per quelle di chiusura dei triangoli, devono essere modificate, e le modificazioni devono essere apportate tenendo conto dei dati sperimentali finora conseguiti nelle ultime triangolazioni. In relazione a questi fatti dai documenti in nostro possesso (pubblicazioni della Unione Geodetica e Geofisica Internazionale – Travaux de l'Association Internationale de Géodésie e Bulletin Géodésique) abbiamo rilevato alcuni dati statistici riportati nella tabella I dove per n° 7 Stati europei sono riportati il numero dei triangoli di primo ordine osservati, con gli importi degli errori di chiusura, suddivisi in intervalli di 0'', 5 in 0'', 5 da 0'' a 1'', 5 e oltre, e le corrispondenti percentuali. In più sono state aggiunte le date durante le quali sono stati compiuti i lavori di triangolazione e gli errori medi degli angoli ricavati dai dati sperimentali con la formula di Ferrero, adattata dalla Unione Geodetica e Geofisica Internazionale:

$$[I] \quad m = \pm \sqrt{\frac{[w w]}{3 \cdot n}}$$

dove $[w w]$ rappresenta la somma dei quadrati degli errori di chiusura dei triangoli ed n il numero dei triangoli considerati.

Ai dati statistici contenuti nella tabella I vanno aggiunti quelli elencati nella tabella II per altri n° 12 Stati.

Onde avere un indice di confronto con i risultati di cui alle tabelle precedenti riportiamo nel prospetto che segue gli intervalli e le percentuali per tutta l'antica triangolazione austriaca, osservata nel periodo 1860-1898, che rappresenta una triangolazione modello.



TABELLA I.

STATO	EPOCA	Numero triangoli	ERRORI DI CHIUSURA								ERRORE MEDIO <i>m</i> di un angolo cal- colato con la [1]	OSSERVAZIONI
			0'', 0- 0'', 5		0'', 5- 1'', 0		1'', 0- 1'', 5		superiori a 1'', 5			
			n	%	n	%	n	%	n	%		
Austria	1910-1921	—	—	66,2	—	32,3	—	1,5	—	—	± 0'', 29	Errore max. + 1'', 46
Bulgaria	1922-1937	114	60	52,6	36	31,5	6	5,3	12	10,5	± 0 , 40	
Danimarca	1926-1933	64	32	50,0	22	34,3	9	14,0	1	1,7	± 0 , 43	Si osservi l'e- quilibrio delle percentuali ri- cavate per i vari paesi in corrispondenza dei due primi intervalli.
Finlandia	1920-1931	168	—	—	—	—	—	—	—	—	± 0 , 32	
Italia	1942	59	30	50,8	14	23,9	11	18,6	4	6,7	± 0 , 46	
Lettonia	1923-1937	71	40	56,3	19	26,8	11	15,5	1	1,4	± 0 , 28	
Polonia	1927-1935	122	45	36,8	40	32,7	24	19,6	13	10,9	± 0 , 56	

TABELLA II.

STATO	EPOCA	STRUMENTI ADOPERATI	ERRORE MEDIO m di un angolo
Austria	1860-1898	Starke e Kammerer	$\pm 0'', 97$
Francia	1870-1892	Brunner, Chasselon, ecc.	$\pm 0'', 97$
»	1899-1937	» » »	$\pm 0, 97$
Germania	1870-1937	Piston, Martin, Wanschaff, Bamberg, ecc.	$\pm 0, 35$
Grecia	1920-1935	Hildebrand, Wild	$\pm 0, 57$
Inghilterra ...	1783-1852	Ramsden, Troughton e Simms	$\pm 1, 83$
Jugoslavia ...	1929-1933	Kern	$\pm 0, 48$
Lituania	1927-1937	Hildebrand	$\pm 0, 40$
Norvegia	1906-1937	Olsen, Bamberg	$\pm 1, 20$
Olanda	1920-1937	Wanschaff	$\pm 0, 42^{(1)}$
Romania	1920-1937	Brunner, Gautier, Cooke, Wild, Starke e Kammerer	$\pm 0, 58^{(2)}$
Turchia	1896-1935	Hildebrand, Chasselon	$\pm 2, 00$

(1) Con n° 119 triangoli.

(2) Con n° 118 triangoli.



Intervallo		%
da 0''	a 0'',5	22,2
0,5	1,0	22,7
1,0	1,5	16,8
1,5	2,0	11,8
2,0	2,5	14,0
2,5	3,0	5,9
3,0	3,5	2,2
3,5	4,0	3,2
4,0	4,5	1,1

Dalle tabelle per le misure moderne e per i vari Stati, risultano i seguenti valori di m :

Austria	$\pm 0'',29$	Italia	$+ 0'',46$
Bulgaria	$\pm 0,40$	Lettonia	$\pm 0,28$
Danimarca	$\pm 0,43$	Lituania	$\pm 0,40$
Finlandia	$\pm 0,32$	Olanda	$\pm 0,43$
Germania	$\pm 0,35$	Polonia	$\pm 0,56$
Grecia	$\pm 0,57$		

e quindi mediamente:

$$[2] \quad m = \pm 0'',41.$$

Questo errore corrisponde a quello ottenuto sperimentalmente dagli operatori italiani per gli angoli della rete dalmata osservati, ognuno 24 volte, col metodo delle direzioni isolate nell'estate 1942 adoperando il teodolite Wild, col diametro del cerchio orizzontale di 15 cm, cannocchiale con 60 mm di apertura, ingrandimenti 24, 30, e 40 volte, approssimazione 0'',1 (per stima 0'',01).

Si conclude così l'equivalenza di detto strumento a quelli con diametri molto maggiori del tipo Starke, e quindi, avente riguardo del lato economico, commisurato al risparmio di tempo nelle osservazioni di campagna, la preferibilità da darsi al teodolite Wild nel problema concernente la scelta dello strumento.

Dall'esame del complesso dei dati esposti risulta ancora che con i moderni mezzi osservativi le percentuali degli errori compresi negli intervalli 0''-0'',5 e 0'',5-1'',0 oltrepassano il doppio di quelle che si avevano nei medesimi intervalli, per le antiche triangolazioni; inoltre nelle osservazioni moderne quasi la totalità delle osservazioni cade nei detti due intervalli.

Tenendo conto del valore [2] l'errore medio di chiusura dei triangoli risulta dell'importo:

$$w_m = \pm 0'',70$$

La tolleranza che può essere consentita per l'errore di chiusura dei triangoli del primo ordine per una intera rete è con ciò:

$$[3] \quad \tau = \pm 1'',50$$



L'esperienza delle osservazioni italiane in Dalmazia, Grecia, ecc., effettuate nel 1941-42 con teodoliti Wild dove le quote delle stazioni e dei segnali oltrepassano talvolta i 2000 metri, ha messo in evidenza che l'errore w oscilla tra $\pm 0''$,10 e $\pm 0''$,80.

In relazione a questa constatazione e alla tolleranza [3], l'I. G. M. ha stabilito di apportare agli angoli osservati nelle triangolazioni di primo ordine, la correzione dovuta allo scostamento fra archi di geodetica ed archi di sezione normale aventi gli stessi estremi, e quella per la riduzione degli angoli al livello marino, dipendente dalla quota del punto stazione e da quella dei punti collimati.

In equilibrio con i dati accennati, per le triangolazioni inferiori, l'I. G. M. adotta le seguenti tolleranze :

ORDINE DELLA TRIANGOLAZIONE	METODO DI OSSERVAZIONE	STRUMENTO	w MASSIMO
II	a strati (n° 12)	Wild T_3 o Zeiss II	$\pm 3''$, 5 ⁽¹⁾
III	a strati (n° 6)	Wild T_2 o Zeiss II	$\pm 6''$, 0

Per la triangolazione del IV ordine le correzioni delle direzioni devono risultare inferiori a $\pm 10''$, 0.

Corrispondentemente, gli errori medi calcolati con la :

$$m = \pm \sqrt{\frac{[v v]}{n(n-1)}}$$

per gli angoli azimutali dei vari ordini della triangolazione, devono risultare inferiori ai seguenti limiti :

ORDINE	LUNGHEZZA LATI	LIMITI
I	da 20 km. e più	1''
II	da 10 km. a 20 km.	da 2'' a 3''
III	» 3 » 10 »	» 5'' a 7''
IV	» 1 » 3 »	» 8'' a 11''

Rimangono così giustificati con dati sperimentali gli importi delle tolleranze angolari adottati recentemente dall'I. G. M. italiano per le triangolazioni dei vari ordini.

Prof. GIOVANNI BOAGA.
Geodeta Capo dell'I. G. M.

(1) Per n° 39 triangoli del secondo ordine osservati dall'I. G. M. nell'estate 1942 il massimo errore di chiusura angolare è stato di $+2''$, 12. Gli errori medi calcolati con la [1] per n° 21 triangoli di secondo ordine risultò di: $\pm 0''$, 77 e per n° 18 triangoli $\pm 1''$, 08.

